

文章编号: 1000-2618(2009)04-0394-06

【土木工程】

基于随机子空间的分布式结构模态参数识别

张 敏¹, 谢慧才², Sung-Han Sim³, B. F. Spencer Jr.³

(1. 汕头大学工学院, 汕头 515063; 2. 深圳大学土木工程学院, 深圳 518060;
3. 伊利诺伊大学香槟分校工学院, 美国香槟 61801)

摘 要: 针对大型建筑结构集中处理庞大数据获得结构模态参数的不便性, 提出适用于密集布排的传感器网络结构的分布式模态参数识别方法. 以混凝土钢管拱桥为实验平台, 按不同子结构划分工况, 通过随机子空间方法有效地从环境激励下的响应中提取子结构模态参数, 结合稳定图进行子结构系统定阶, 去除虚假模态. 利用粒子群优化算法和平均技术调整子结构振型, 获取桥梁结构的整体振型. 以模态置信度为判据对比分析该分布式算法和集中式算法的识别结果. 结果表明, 该方法具有良好的识别效果, 可用于不同形式复杂结构的模态振型识别.

关键词: 结构健康监测; 传感器网络结构; 随机子空间; 粒子群优化算法; 模态参数
中图分类号: TU 317 **文献标识码:** A

结构的模态参数识别是结构健康监测研究领域的关键, 为结构安全评估、设计校准和有限元模型修正等提供了重要参考^[1,2]. 随机子空间法是一种先进的基于环境激励的模态识别方法^[3], 该方法利用响应信号得到相关函数求得系统特征矩阵进而得到系统模态参数. 然而随着工程结构日益大型化和复杂化, 传统的集中式技术将难以胜任海量数据的处理^[4], 为此, 分布式地识别各子结构模态, 由子结构信息得到整体模态参数应运而生. 结合稳定图对各子结构模态进行系统定阶, 有效去除虚假模态, 确保了整体模态参数的准确度.

1 随机子空间法识别子结构模态

测试大型土木建筑结构时, 根据结构形式将其庞大的数据系统分为几个部分, 利用随机子空间法 (stochastic subspace identification) 分别识别子结构模态信息^[5]. 以任一子空间为例, 构建该空间测量输出 y_k 和参考点输出 y_k^{ref} 的协方差构成的 p “块行” q “块列”的 Hankel 矩阵, 每一块由 m 行 l 列组成, m 和 l 分别表示该子结构内测量自由度的个数和

参考点个数.

$$H = \begin{bmatrix} R_1 & R_2 & \cdots & R_q \\ R_2 & R_3 & \cdots & R_{q+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_p & R_{p+1} & \cdots & R_{p+q-1} \end{bmatrix} H \in R^{pm \times ql} \quad (1)$$

其中 $R_i = E[y_{k+i} y_k^{ref}]_{m \times l}$.

由结构振动方程可知

$$R_i = CA^{i-1}G, \quad (2)$$

其中, $G = E[x_{k+1} y_k^{ref}]$ 是状态-输出协方差矩阵; x_k 是系统状态向量; A 和 C 是该子结构的系统状态空间矩阵.

将式 (2) 带入式 (1) 的 Hankel 矩阵, 则

$$H_{pm \times ql} = \begin{bmatrix} CG & CAG & \cdots & CA^{q-1}G \\ CAG & CA^2G & \cdots & CA^qG \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{p-1}G & CA^pG & \cdots & CA^{p+q-2}G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{p-1} \end{bmatrix} [G \ AG \ \cdots \ A^{q-1}G] = OT. \quad (3)$$

收稿日期: 2009-03-22; 修回日期: 2009-07-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50678099)

作者简介: 张 敏 (1980-), 女 (汉族), 陕西省铜川市人, 汕头大学博士研究生. E-mail: mzhang2@stu.edu.cn

通讯作者: 谢慧才 (1945-), 男 (汉族), 深圳大学教授、博士生导师. E-mail: huicaixie@hotmail.com

式(3)同时定义了可观矩阵 \mathbf{O} 和控制矩阵 \mathbf{T} . 可见, \mathbf{O} 和 \mathbf{T} 矩阵可由 Hankel 矩阵的奇异值分解得到.

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T = (\mathbf{U} \ \mathbf{U}_2) \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_1^T \\ \mathbf{V}_2^T \end{pmatrix} = \mathbf{U}_1\mathbf{S}_1\mathbf{V}_1^T. \quad (4)$$

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_{pm \times ql} = \mathbf{U}_1(\mathbf{S}_1)^{1/2}, \\ \mathbf{T}_{n \times ql} = (\mathbf{S}_1)^{1/2}\mathbf{V}_1^T. \end{cases} \quad (5)$$

由此求得状态空间矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{C} ^[6],

$$\mathbf{A}_{n \times n} = (\boldsymbol{\eta}_2 \mathbf{O})^\dagger (\boldsymbol{\eta}_1 \mathbf{O}), \mathbf{C}_{m \times n} = \boldsymbol{\eta}_3 \mathbf{O}. \quad (6)$$

其中, $\boldsymbol{\eta}_1 = [\mathbf{O}_{m \times n} \ \mathbf{I}_{(p-1)m \times n}]$; $\boldsymbol{\eta}_2 = [\mathbf{I}_{(p-1)m \times n} \ \mathbf{O}_{m \times n}]$; $\boldsymbol{\eta}_3 = [\mathbf{I}_{m \times n} \ \mathbf{O}_{(p-1)m \times n}]$. $\boldsymbol{\eta}$ 为选择矩阵; $(*)^\dagger$ 为矩阵的 Moore Penrose 逆.

在确定系统的状态矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{C} 后, 对 \mathbf{A} 进行特征值分解, 根据特征值和特征矢量即得子结构系统的固有频率、模态阻尼以及模态振型.

本文分析各子结构模态参数时均选取一个节点作为参考点, 计算各输出响应与参考点间的功率谱密度, 通过逆傅里叶变换求得响应信号之间的相关函数 R_i , 利用上述方法求得各子结构的模态参数.

2 分布式求解整体振型

子空间模态参数识别后, 结构的模态频率和阻尼比可通过任一子结构信息得到, 但整体模态振型作为结构的全局参数必须由各子结构振型融合得到.

2.1 振型调整因子

要由子结构振型准确地合成整体结构振型, 要求子结构间必须有一定的连接, 即重合点. 假设结构被分为 s 块子结构, 各子结构分别包含若干个测量自由度, 其中任意相邻两组子结构 i 和 j 以某点归一化的振型可表示为

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\phi}^i &= [1 \ \phi_2^i \ \cdots \ \phi_m^i \ \phi_{c1}^i \ \cdots \ \phi_{cl}^i]^\top \\ \boldsymbol{\phi}^j &= [1 \ \phi_2^j \ \cdots \ \phi_n^j \ \phi_{c1}^j \ \cdots \ \phi_{cl}^j]^\top \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中, m 和 n 分别表示第 i 组和第 j 组内没有重叠的自由度; c 表示第 i 组和第 j 组重合的自由度; l 表示重合自由度的个数; ϕ_c^i 和 ϕ_c^j 分别表示重合自由度在第 i 组和第 j 组内的振型.

由于任何相邻两个子结构振型归一化参考点可能不同, 因而需要重新调整子结构振型幅值, 使第 i 组和第 j 组内重合自由度 c 上的振型达到统一, 以

便融合得到整体振型, 这里引入振型幅值调整因子:

$$K_{ij} = \begin{cases} \phi_c^i / \phi_c^j, & t = 1; \\ \text{ps}(\phi_c^i / \phi_c^j), & t \geq 2. \end{cases} \quad (8)$$

其中, ϕ_c^i 和 ϕ_c^j 表示重合一个自由度时, 该点分别在两个子结构中的振型值, $\boldsymbol{\phi}_c^i = [\phi_{c1}^i \ \cdots \ \phi_{cl}^i]^\top$ 表示 t 个自由度重合时的振型集. 当重合自由度只有一个时, 很容易确定 K_{ij} , 将重合区域的振型幅值调整到统一值. 然而一个自由度的重合准确度不高, 组合整体振型时容易产生误差, 因此应采用多自由度重合. 由于子结构内振型误差, 重合点的振型在两个子结构中可能并不完全匹配, 振型调整因子也不完全吻合. 因此这里采用粒子群算法^[7,8] (particle swarm optimization) 选取最优值 K_{ij} , 求得的最优值应满足目标函数, 即使相邻子结构所有重合自由度上振型差的模平方和最小.

$$K_{ij} \text{ 满足 } \min(E) = \sum_{a=1}^c |\phi_a^i - K_{ij}\phi_a^j|^2. \quad (9)$$

其中, ϕ_a^i 和 ϕ_a^j 分别表示自由度 a 在第 i 子结构和第 j 子结构上的振型; c 表示重合的自由度个数.

2.2 递进式组合整体振型

由于子网络拓扑的任意性和灵活性, 任何一个自由度都有可能被 2 个以上的子结构共用, 对不同两个子结构, 同一重合自由度上的振型调整因子可能并不相同. 因此可采用一定的递进方式选取特定的调整顺序依次调整振型幅值. 若全部网络识别系统分为 s 块子结构, 子结构按递增顺序从 1 到 s 依次排列, 则每相邻两个子结构中至少有一个自由度重合. 从第二组起各组的调整因子依次为 K_{12} , $K_{12}K_{23}$, $K_{12}K_{23}K_{34}$, \dots , $K_{12}K_{23}K_{34}$, \dots , $K_{(s-1)s}$. 顺序调整过程中, 被多次调整的自由度振型选取所有调整值的平均值, 即

$$\phi_c = \frac{1}{l} \sum_{j=1}^{j=l} \phi_c^j. \quad (10)$$

其中, ϕ_c 表示 c 自由度为上的最终振幅; l 表示包含 c 自由度的子结构个数; ϕ_c^j 表示 c 自由度在第 j 个子结构上的振型调整值.

最后, 整体振型可由子结构振型的并集得到

$$\boldsymbol{\Phi} = \bigcup_{i=1}^{i=s} \boldsymbol{\phi}_q^i. \quad (11)$$

3 稳定图确定模态阶数

在实际模态识别过程中, 由于各种噪声的影

响, 直接用奇异值分解很难确定系统阶次. 因此采用稳定图来识别模态参数.

假设模型有不同的阶数, 且得到多个不同阶数的状态空间模型, 对每个状态空间模型进行识别. 把不同阶数模型的模态参数画在同一幅二维图上, 横坐标为频率值, 纵坐标为系统阶次. 在相应某阶模态的轴上, 比较高一阶识别结果与低一阶识别结果, 结合一定判据, 视满足误差允许范围的点为系统稳定点, 稳定点组成的轴为稳定轴, 相应模态为系统真实模态. 本文判据为

$$\text{特征频率} \quad \frac{f^i - f^{i+1}}{f^i} \times 100\% < 1\%,$$

$$\text{MAC} = \frac{|(\varphi^i)^T \cdot \varphi^{i+1}|^2}{((\varphi^i)^T \cdot \varphi^i)((\varphi^{i+1})^T \cdot \varphi^{i+1})} > 80\%.$$

其中, i 表示计算频率 f 、阻尼比 ξ 和模态振型 φ 的阶数; MAC 表示模态置信度^[9], 其值介于 0 ~ 1, 若 φ^i 和 φ^{i+1} 是同一振型, MAC 应接近 1, 否则很低.

阻尼比是一个研究还不彻底的物理量, 实际情况中很不稳定, 因此阻尼比的判别为 $0 < \xi^i < 10$.

4 算 例

4.1 实验模型

采用汕头大学结构实验室上承式混凝土拱桥模型^[10]. 全桥跨径 6 m (计算跨径 5.8 m), 宽 1.2 m, 矢高 1.16 m. 拱肋由两根 $\phi 76$ mm, 壁厚 3.5 mm 的钢管组成, 内灌 C50 水泥砂浆. 吊杆采用 11 对 $\phi 10$ mm 钢筋, 吊杆间距为 0.45 m. 水平系杆采用一根 $\phi 15.2$ mm 的钢绞线.

实验以带宽 100, 频率 256 Hz 白噪声模拟环境激励激振模型. 将 13 个传感器布置在半片桥的桥面板上, 测量平面竖向加速度响应, 传感器布置如图 1.

集中式算法利用全部 13 个传感器的加速度信

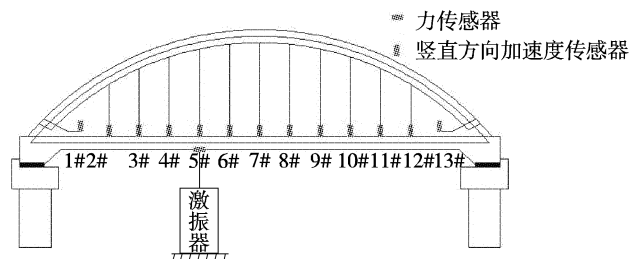


图 1 拱桥实验测点布置

Fig1 Sensor position arrangement of bridge testing

息识别桥梁的振动特性 (频率、阻尼比和振型). 分布式算法按子结构的不同网络拓扑情况以 4 种工况 (表 1) 为例说明. 组合整体振型时从左到右依次调整合并.

表 1 分布式算法工况

Table1 Cases of distributed method

工况	工况1	工况2	工况3	工况4
节点重合数/个	1	3	5	7
组1内测点号	1~3	1~5	1~7	1~10
组2内测点号	3~5	3~7	3~9	4~13
组3内测点号	5~7	5~9	5~11	
组4内测点号	7~9	7~11	7~13	
组5内测点号	9~11	9~13		
组6内测点号	11~13			

4.2 实验结果

如图 1, 激振器的顶杆连接一个力传感器和桥面板, 该力传感器测得实验中输入的激振白噪声信号见图 2.

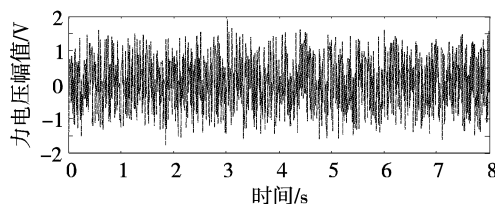
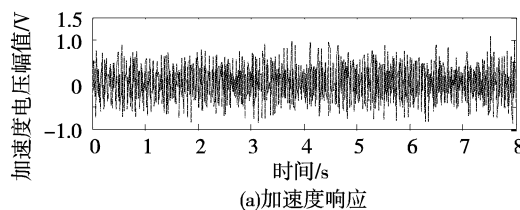


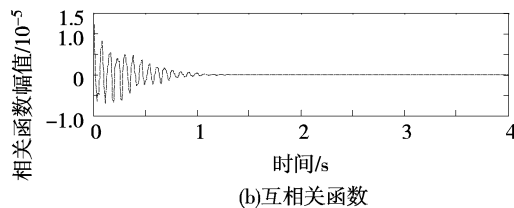
图 2 输入力信号

Fig.2 Input force signal

采集加速度时连续采样 10 次, 分别计算输出响应和参考点之间的互功率谱密度, 进行平均以最大程度地减少噪声影响. 测得的加速度及响应信号之间的互相关函数如图 3.



(a)加速度响应



(b)互相关函数

图 3 加速度信号和互相关函数

Fig.3 Acceleration response and cross correlation function

同种工况下,各子结构的频率和阻尼比都很接近,以工况4为例,参见图4(b)和图4(c),因

此取各子结构的平均值作为该工况下结构的频率和阻尼比,与集中式模态识别的结果对比见表2.

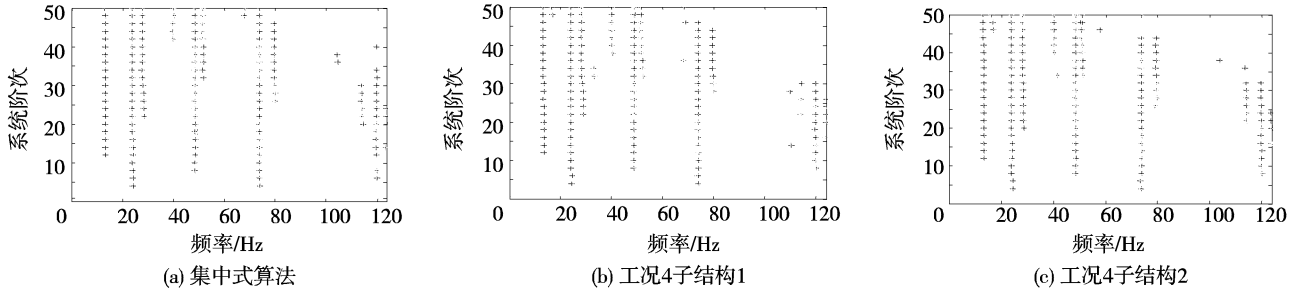


图4 稳定图 Fig.4 Stabilization diagram

表2 集中式算法和分布式算法各工况下的频率与阻尼比

Table 2 Frequencies and damping ratio between centralized technique and distributed method in each case

模态参数	阶数	集中式	分布式				模态
			工况1	工况2	工况3	工况4	
频率/Hz	1	13.147	13.124	13.117	13.140	13.137	竖弯一阶
	2	23.909	24.055	23.923	23.907	23.904	扭转一阶
	3	28.293	28.072	28.178	28.502	28.369	竖弯二阶
	4	48.337	48.323	48.313	48.342	48.331	竖弯三阶
阻尼比	1	2.176	2.572	2.576	2.033	2.043	
	2	1.473	2.212	1.675	1.385	1.391	
	3	3.123	2.770	3.442	3.222	3.276	
	4	1.918	1.982	1.989	1.853	1.865	

由表2知,各工况下结构的频率和阻尼比与集中式模态识别得到的结果较接近,另外也可参考对比集中式算法的稳定图见图4(a),工况4不同子结构的稳定图见图4(b)和图4(c).实际测试的模态都是复模态,子结构组合整体振型时,为减少子误差,振型幅值调整因子也是复数形式,因此粒子群优化算法求解振型调整因子即为求解实部和虚部的一个二维空间的优化问题.以前两阶竖向模态振型为例,各工况求解调整因子见表3.

根据表3中的调整因子,调整子结构振型并平均,不同工况下分布式算法组合的整体振型与集中式算法求得的整体振型见图5.

利用模态置信度MAC判别由分布式算法得到的组合振型与集中式处理得到的振型之间的相关性.分析得到的振型模态置信度结果见表4及图6.

由结果可以看出,当子结构之间只有单个自由度重合时,整体结构振型是通过单一点上的振型连接起来的,子结构上的振型误差会随着递进组合过程逐渐扩大,最后整体振型将会产生较大的误差,

表3 子结构振型调整因子 Table 3 Local mode shapes rescale factors

振型	调整因子	工况1	工况2	工况3	工况4
K_{12}	一阶	2.42 - 0.13i	2.21 + 0.08i	2.28 + 0.16i	2.65 + 0.18i
	三阶	1.93 + 0.14i	1.6 + 0.32i	1.65 + 0.41i	1.23 + 0.41i
K_{23}	一阶	0.91 - 0.12i	0.87 - 0.02i	0.89 - 0.04i	
	三阶	0.28 + 0.21i	0.18 + 0.18i	0.23 + 0.13i	
K_{34}	一阶	0.05 - 0.04i	0.03 - 0.05i	0.02 - 0.04i	
	三阶	-0.63 + 1.37i	-0.82 + 2.03i	-1.21 + 1.51i	
K_{45}	一阶	-2.82 - 15.2i	-6.32 - 18.3i		
	三阶	-0.19 - 0.04i	-0.19 - 0.14i		
K_{56}	一阶	1.17 - 0.06i			
	三阶	7.48 - 0.42i			

如工况1所示.因此分布式识别整体模态时,适当考虑分组情况和自由度重合数目,通过优化调整和平均即可获得准确的结构振型.

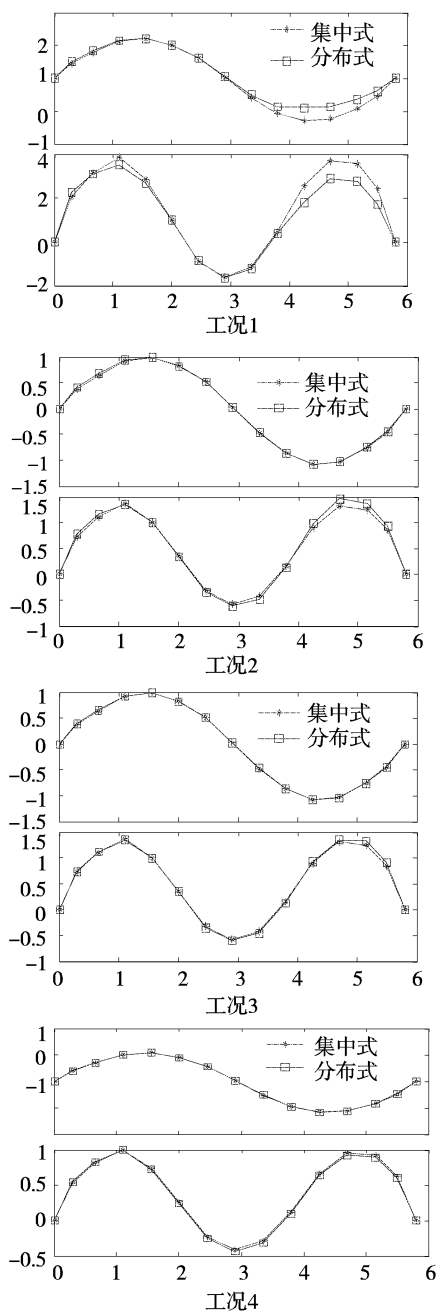


图 5 各工况下集中式振型和分布式竖向振型
Fig. 5 Centralized vertical mode shapes and distributed vertical mode shapes of each case

表 4 各工况下集中式和分布式算法的竖向振型模态置信度

Table 4 MAC between centralized vertical mode shapes and distributed vertical mode shapes of each case

工况	1	2	3	4
一阶竖向	0.969 0	0.999 5	0.999 8	0.999 9
二阶竖向	0.982 6	0.997 6	0.998 9	0.998 9

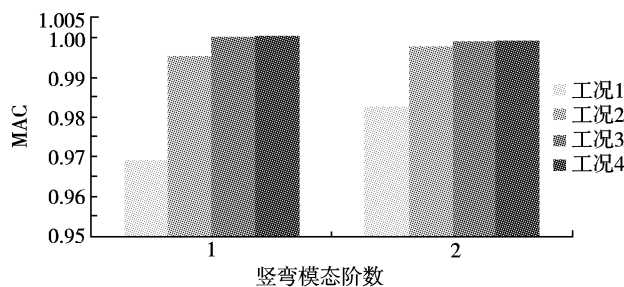


图 6 各工况下集中式和分布式算法的竖向振型模态置信度
Fig. 6 MAC between centralized vertical mode shapes and distributed vertical mode shapes of each case

结 语

本文提出了用于密集布排传感器网络结构的分布式模态识别算法，并在实验室混凝土拱桥模型上进行验算，与集中式算法结果对比认为：① 该分布式振型识别算法应用灵活，可用于不同情况的子结构网络拓扑结构。通过递进式调整各子结构振型，平均重合自由度处振型，组合求解整体振型；② 粒子群优化算法选取最优振型调整因子可减小小各子结构间的振型误差，进而减小整体振型误差；③ 多个自由度重合及平均技术可提高组合振型的精确度；④ 稳定图能有效地对系统进行定阶，去除虚假模态。此算例中大多数点满足频率、阻尼比和振型的稳定，但频率超过 80 Hz 的稳定点很少，且不稳定，作者认为这归因于混凝土拱桥模型刚性较大，现有的实验环境很难激振出其高阶频率。

参考文献：

- [1] Alampalli S. 测试、分析、损伤和环境对模态参数的影响 [J]. 机械系统与信号处理, 2000, 14(1): 63-74 (英文版).
- [2] 靳 飞, 李国强. 全盛期室内火灾参数化模型的参数随机性 [J]. 建筑科学与工程学报, 2006, 23(4): 44-48.
- [3] 常 军, 张启伟, 孙利民. 结构模态参数识别的随机子空间法 [J]. 苏州科技学院学报, 2006, 19(3): 9-14.
- [4] Wong K Y. 缆索承重桥梁的测试仪器和健康监测 [J]. 结构控制与健康监测, 2004, 11(2): 91-124 (英文版).
- [5] Peeters B, De Roeck G. 土木工程中基于参考点的随机子空间识别法 [J]. 工程反问题, 2000, 8: 47-74.
- [6] Kung S Y. 基于特征值分解的识别和模态缩减的新方法 [C]//第12届 Asilomar 会议论文集. Pacific Grove: 美国化学会化学文摘, 1978: 705-714 (英文版).

- [7] Kennedy J, Eberhart R C. 粒子群优化算法 [C] // 中性计算机网络的 IEEE 国际会议论文集. 珀斯 (澳大利亚): IEEE, 1995: 1942-1948. (英文版).
- [8] Shi Y H, Eberhart R C. 模糊适应度的粒子群优化算法 [C] // 计算机进化会议论文集. 首尔: IEEE, 2001: 101-106 (英文版).
- [9] 傅志方, 华宏星. 模态分析理论与应用 [M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2000: 176-184.
- [10] 王素娟. 钢管混凝土拱桥模型的设计和损伤静动力分析 [D]. 汕头: 汕头大学, 2007.

Abstract: 1000-2618(2009)04-0399-EA

[Architecture and Civil Engineering]

Distribution modal identification based on stochastic subspace method

ZHANG Min¹, XIE Hui-cai², Sung-Han Sim³, and B. F. Spencer Jr.³

- 1) College of Engineering Shantou University Shantou 515063 P. R. China
- 2) College of Civil Engineering Shenzhen University Shenzhen 518060 P. R. China
- 3) College of Environmental Engineering University of Illinois at Urbana-Champaign, Champaign 61801 USA

Abstract: For large-scale civil structures, the rich information can be harvested from a dense array of sensors. This is a big challenge for centralized processing technique. A distributed method to obtain modal parameters in smart sensor networks (SSN) with a dense array of sensors is proposed. Using a concrete-filled steel arch bridge as a testing model, Stochastic subspace identification is implemented to identify local modal parameters from ambient vibration response for the different subgroups cases. Stabilization diagram is a novel approach to define the rank of the system while get rid of noisy modes. Global mode shape is combined from rescaled local mode shapes through particle swarm optimization and average method. The results show that it enjoys a better efficiency according to modal assurance criterion (MAC). This distributed method can be applied to any other complicated structures to determine modal parameters.

Key words: structural health monitoring; smart sensor networks; stochastic subspace identification; particle swarm optimization; modal parameters

References:

- [1] Alampalli S. Effects of testing, analysis, damage, and environment on modal parameters [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2000, 14(1): 63-74.
- [2] JIN Fei, LI Guo-qiang. Parameters randomness of parametric model of fully-developed compartment fire [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(4): 44-48 (in Chinese).
- [3] CHANG Jun, ZHANG Qi-wei, SUN Li-min. Structural modal parameters identification with the approach of stochastic subspace [J]. Journal of Suzhou University of Science and Technology, 2006, 19(3): 9-14 (in Chinese).
- [4] Wong K Y. Instrumentation and health monitoring of cable-supported bridge [J]. Structure Control and Health Monitoring, 2004, 11(2): 91-124.
- [5] Peeters B, De Roeck G. Reference-based stochastic subspace identification in civil engineering [J]. Inverse Problems in Engineering, 2000, 8: 47-74.
- [6] Kung S Y. A new identification and model reduction algorithm via singular value decomposition [C] // Proceedings of the 12th Asilomar Conference on circuits, systems and computers. Pacific Grove, CA, 1978: 705-714.
- [7] Kennedy J, Eberhart R C. Particle Swarm Optimization [C] // Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. Perth (Australia): IEEE, 1995: 1942-1948.
- [8] Shi Y H, Eberhart R C. Fuzzy Adaptive Particle Swarm Optimization [C] // Proceedings of Congress on Evolutionary Computation. Seoul: IEEE, 2001: 101-106.
- [9] FU Zhi-fang, HUA Hong-xing. Modal Analysis Theory and Application [M]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press, 2000: 176-184 (in Chinese).
- [10] WANG Su-juan. Design and Damage Static & Dynamic Analysis of a Concrete-Filled Steel Tube Arch Bridge Model [D]. Shantou: Shantou University, 2007 (in Chinese).

【中文责编: 坪梓; 英文责编: 之聿】

<http://journal.szu.edu.cn>